2022(令和４)年度　個別学力検査　後期日程

国際環境工学部　数学

【注　意】

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 時間は9時30分から11時00分までの90分，配点は300点です。
3. この問題冊子は，表紙以外に6ページあり，解答用紙は3枚あります。
4. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
5. 解答用紙には，解答箇所以外に受験番号記入欄(各解答用紙2箇所)，氏名記入欄(各解答用紙1箇所)があるので，受験番号と氏名を正しく記入してください。正しく記入されていない場合には採点できないことがありますので，十分注意してください。
6. 解答はすべて指定した解答用紙に記入してください。
7. 解答用紙を持ち出してはいけません。持ち出した場合，試験をすべて無効とします。
8. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

第１問（数学，配点 100 点）

以下の問いの空欄に入れるのに適する数値を解答箇所に記せ。証明や説明は必要としない。

問１ 2 次関数 $y = ax^2 + bx - a^2 + 5a + 10$ が $x = 3$ で最大値 5 をとるとき，$a =$ $\boxed{\text{ア}}$，$b =$ $\boxed{\text{イ}}$ である。また，そのときの 2 次関数のグラフが x 軸と交わる 2 点とグラフの頂点で作られる三角形の面積は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

問２ 三角形 ABC の辺 AB，AC 上にそれぞれ点 D，E があり，$\dfrac{\mathrm{AD}}{\mathrm{AE}} = \dfrac{2}{3}$ とする。

(1) $\dfrac{\mathrm{AD}}{\mathrm{BD}} = \dfrac{2}{3}$，$\dfrac{\mathrm{AE}}{\mathrm{CE}} = 3$ のとき，四角形 BCED の面積は三角形 ADE の面積の $\boxed{\text{エ}}$ 倍である。

(2) 直線 DE と直線 BC の交点を F とする。$\dfrac{\mathrm{BD}}{\mathrm{CE}} = 3$ のとき，$\dfrac{\mathrm{BF}}{\mathrm{CF}} =$ $\boxed{\text{オ}}$ である。

問３ 数直線上を動く点 P が座標 -5 の位置にある。それから 1 個のサイコロを投げて出た目の数だけ P を進める試行を繰り返す。ただし，P の座標が負の数であるときは正の向きに進め，正の数であるときは負の向きに進めるものとし，P の座標が 0 または $+5$ になった時点でサイコロを投げるのを停止する。

(1) 2 回目に P の座標が $+5$ になる確率は $\boxed{\text{カ}}$ である。

(2) 2 回目に P の座標が 0 になるとき，1 回目と 2 回目のサイコロの目の組み合わせは $\boxed{\text{キ}}$ 通りである。

(3) サイコロを 3 回以上投げることができる確率は $\boxed{\text{ク}}$ である。

(計 算 用 余 白)

第２問 （数学，配点 100 点）

点 O を原点とする座標空間に，4 つの点 A(−1，1，1)，B(0，2，2)，C(0，−1，2)，D(1，1，1) がある。以下の問いに答えよ。**問 1** については，空欄に入れるのに適する数値，ベクトルまたは数式を解答箇所に記せ。証明や説明は必要としない。**問 2** と **問 3** については，答えを導く過程も記すこと。

問 1 $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ は，成分を用いて

$$\overrightarrow{AB} = \boxed{\text{サ}}, \quad \overrightarrow{AC} = \boxed{\text{シ}}$$

と表されるから

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \boxed{\text{ス}}$$

となる。このとき，△ABC の面積 S は

$$S = \boxed{\text{セ}}$$

である。

次に，3 点 A，B，C の定める平面を α とする。平面 α 上の任意の点 P は，実数 s，t を用いて

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$$

と表すことができる。これを踏まえると，$\overrightarrow{PD}$ は s，t を用いて

$$\overrightarrow{PD} = \left(\boxed{\text{ソ}}, \boxed{\text{タ}}, \boxed{\text{チ}} \right)$$

と与えられる。

問 2 四面体 ABCD の体積を求めよ。

問 3 点 E，F を $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{OF} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ により定める。四面体 AEFD の体積を求めよ。

(計 算 用 余 白)

第３問（数学，配点 100 点）

t を媒介変数として

$$x = \sin t, \quad y = \sin 2t \quad \left(0 \leqq t \leqq \frac{\pi}{2}\right)$$

で表される曲線 C について，以下の問いに答えよ。**問 1** と**問 2** については，空欄に入れるのに適する数値，記号または数式を解答箇所に記せ。証明や説明は必要としない。**問 3** については，グラフを解答箇所にかけ。**問 4** については，答えを導く過程も記すこと。

問 1　$0 < t < \dfrac{\pi}{2}$ において

$$\frac{dx}{dt} = \boxed{\quad ナ \quad}, \quad \frac{dy}{dt} = \boxed{\quad ニ \quad}$$

である。また，t を用いて

$$\frac{dy}{dx} = \boxed{\quad ヌ \quad}$$

である。

問 2　曲線 C を表す関数の増減表を完成せよ。

x	ネ	$\cdots$	ノ	$\cdots$	ハ
$\dfrac{dy}{dx}$		ヒ	0	フ	
y	ヘ	ホ	マ	ミ	ム

問 3　曲線 C を表す関数のグラフをかけ。

問 4　曲線 C と x 軸で囲まれた部分を，x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

(計 算 用 余 白)