2022（令和４）年度　個別学力検査　前期日程

国際環境工学部　数学

【注　意】

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 時間は13時30分から15時30分までの120分，配点は200点です。
3. この問題冊子は，表紙以外に10ページあり，解答用紙は4枚あります。
4. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
5. 解答用紙には，解答箇所以外に受験番号記入欄（各解答用紙2箇所），氏名記入欄（各解答用紙1箇所）があるので，受験番号と氏名を正しく記入してください。正しく記入されていない場合には採点できないことがありますので，十分注意してください。
6. 解答はすべて指定した解答用紙に記入してください。
7. 解答用紙を持ち出してはいけません。持ち出した場合，試験をすべて無効とします。
8. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

第1問（数学，配点50点）

以下の問いの空欄に入れるのに適する数値を解答箇所に記せ。証明や説明は必要としない。

問1 3675の正の約数の個数は $\boxed{\quad ア \quad}$ である。

問2 2次不等式 $ax^2 + bx + 18 > 0$ の解が $-1 < x < 2$ であるとき，定数 a, b はそれぞれ $a = \boxed{\quad イ \quad}$ ，$b = \boxed{\quad ウ \quad}$ である。

問3 半径 r の円Oと半径6の円O′について，中心間の距離が20であるとする。2つの円が内接するとき r の値は $\boxed{\quad エ \quad}$ であり，外接するとき r の値は $\boxed{\quad オ \quad}$ である。また，2つの円が外接し，直線が異なる2点A，Bで2つの円と接しているとき，線分ABの長さは $\boxed{\quad カ \quad}$ である。

問4 1袋450円のバナナと，1袋300円のぶどうを合わせて20袋買い，200円の箱に入れて送ることを考える。バナナの重さは1袋あたり600g，ぶどうの重さは1袋あたり450g，箱の重さは150gであり，送料は重さによらず700円かかるとする。箱を入れて重さは10kg以下，箱代および送料を入れて代金は8000円以下という条件でバナナをなるべく多く買うためには，バナナを $\boxed{\quad キ \quad}$ 袋，ぶどうを $\boxed{\quad ク \quad}$ 袋買えばよい。

問5 8人の陸上選手A，B，C，D，E，F，G，Hに8つのレーンを抽選で割り当てるとき，GとHが隣り合わない確率は $\boxed{\quad ケ \quad}$ であり，A，B，Cのどの2人の選手も隣り合わない確率は $\boxed{\quad コ \quad}$ である。

（計算用余白）

第2問 (数学，配点50点)

以下の問いの空欄に入れるのに適する数値または式を解答箇所に記せ。証明や説明は必要としない。

問1 2次方程式 $x^2-4(m-1)x+2m=0$ が異なる2つの実数解 α，β を持つとき，$\alpha<0$，$\beta<0$ となる定数 m の範囲は $\boxed{\text{サ}}$ である。

問2 同じ品質のガラス板を7枚重ねて光を透過させたら，光の強さがはじめの $\frac{1}{6}$ 倍になった。透過した光の強さをはじめの $\frac{1}{1000}$ 倍以下にするには，このガラス板を $\boxed{\text{シ}}$ 枚以上重ねればよい。ただし，$\log_{10}2=0.301$，$\log_{10}3=0.477$ とする。

問3 $\triangle ABC$ における頂点の座標が $A(-1,11)$，$B(3,-1)$ で，重心 G の座標が $(-1,1)$ であったとき，頂点 C の座標は $(\boxed{\text{ス}}, \boxed{\text{セ}})$，頂点 C と重心 G を直径の両端とする円の方程式は $\boxed{\text{ソ}}$ である。

問4 $\tan\alpha=-2$ のとき，$\sin 2\alpha$ は $\boxed{\text{タ}}$，$\cos 2\alpha$ は $\boxed{\text{チ}}$ である。

問5 $a_1=3$，$a_{n+1}=3a_n+4n-6$ で定義される数列 $\{a_n\}$ について $b_n=a_n+2n$ とおくとき，b_n と b_{n+1} の関係式は $\boxed{\text{ツ}}$，一般項 a_n は $\boxed{\text{テ}}$ である。

（計 算 用 余 白）

第3問（数学，配点50点）

関数 $f(x), g(x)$ を

$$f(x)=\int_0^x e^{-t}\cos t\,dt,\quad g(x)=\int_0^x e^{-t}\sin t\,dt$$

とおく。以下の問いに答えよ。**問1**では，空欄に入れるのに適する数値または式を解答箇所に記せ。証明や説明は必要としない。**問2**と**問3**では，答えを導く過程も示すこと。

問1 関数 $e^{-t}\cos t, e^{-t}\sin t$ の導関数は

$$\frac{d}{dt}(e^{-t}\cos t)=\boxed{\quad ナ \quad} \qquad \cdots (3.1)$$

$$\frac{d}{dt}(e^{-t}\sin t)=\boxed{\quad ニ \quad} \qquad \cdots (3.2)$$

と表される。(3.1), (3.2) の両辺をそれぞれ t について 0 から x まで積分すると

$$\boxed{\quad ヌ \quad}=-f(x)-g(x) \qquad \cdots (3.3)$$

$$\boxed{\quad ネ \quad}=f(x)-g(x) \qquad \cdots (3.4)$$

となる。(3.3), (3.4) より，$f(x), g(x)$ は

$$f(x)=\boxed{\quad ノ \quad}$$

$$g(x)=\boxed{\quad ハ \quad}$$

と表される。ここで

$$\frac{d}{dx}\{f(x)-g(x)\}=\boxed{\quad ヒ \quad}$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\{f(x)-g(x)\}=\boxed{\quad フ \quad}$$

である。

（計算用余白）

問 2 (1) 関数 $y = f(x) - g(x) \quad (0 \leqq x \leqq 2\pi)$ の極値を求めよ。

(2) 曲線 $y = f(x) - g(x) \quad (0 \leqq x \leqq 2\pi)$ の変曲点を求めよ。

問 3 定積分

$$\int_0^{2\pi} e^{-t}\Big(|\cos t| + |\sin t|\Big)\,dt$$

を求めよ。

（計 算 用 余 白）

第4問（数学，配点50点）

座標空間に4点 A(1, 1, 0), B(3, 2, 1), C(4, −2, 6), D(3, 5, 2) がある。以下の問いに答えよ。答えを導く過程も示すこと。

問1 $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ がなす角 θ を求めよ。ただし，$0° \leqq \theta \leqq 180°$ とする。

問2 点Bから直線ACに下ろした垂線と直線ACの交点をHとする。点Hの座標を求めよ。

問3 3点A, B, Cの定める平面をαとする。点Dから平面αに下ろした垂線と平面αの交点をPとする。線分DPの長さを求めよ。

問4 四面体ABCDの体積を求めよ。

（計 算 用 余 白）