2023(令和５)年度　個別学力検査　後期日程

国際環境工学部　数学

【注　意】

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 時間は 9 時 30 分から 11 時 00 分までの 90 分，配点は 300 点です。
3. この問題冊子は，表紙以外に 6 ページあり，解答用紙は 3 枚あります。
4. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
5. 解答用紙には，解答箇所以外に受験番号記入欄(各解答用紙 2 箇所)，氏名記入欄(各解答用紙 1 箇所)があるので，受験番号と氏名を正しく記入してください。正しく記入されていない場合には採点できないことがありますので，十分注意してください。
6. 解答はすべて指定した解答用紙に記入してください。
7. 解答用紙を持ち出してはいけません。持ち出した場合，試験をすべて無効とします。
8. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

第 1 問（数学，配点 100 点）

以下の問いに答えよ。空欄に入れるのに適する数値または数式を解答箇所に記せ。証明や説明は必要としない。

問 1　a を正の定数とするとき，放物線 $C : y = x^2 + (4a+2)x + 4a + 3$ が，異なる 2 点で x 軸と交わる条件は $a >$ $\boxed{\quad ア \quad}$ である。

この条件を満たすとき，C と x 軸との交点をそれぞれ A，B とすると，線分 AB の長さは $\boxed{\quad イ \quad}$ となる。

C の頂点を P とするとき，三角形 APB の外接円の中心の座標は ($\boxed{\quad ウ \quad}$, $\boxed{\quad エ \quad}$) であり，半径は $\boxed{\quad オ \quad}$ である。

さらに，$a =$ $\boxed{\quad カ \quad}$ のとき，三角形 APB は正三角形である。

問 2　箱の中に，1 から 6 までの数字が書いてあるカードが，2 枚ずつ合計 12 枚ある。この中から 3 枚のカードを同時に取り出す。取り出したカードの数字について考える。

(1)　3 枚の数字の和が 4 である確率は $\boxed{\quad キ \quad}$ である。

(2)　3 枚の数字の和が 5 である確率は $\boxed{\quad ク \quad}$ である。

(3)　3 枚の数字のうち最も大きい数が 2 である確率は $\boxed{\quad ケ \quad}$ である。

(4)　3 枚の数字のうち最も大きい数が 4 である確率は $\boxed{\quad コ \quad}$ である。

(5)　3 枚の数字の積が偶数である確率は $\boxed{\quad サ \quad}$ である。

(計算用余白)

第２問（数学，配点100点）

点Ｏを原点とする座標平面において，点 $A(2,0)$，$B(0,1)$ が与えられており，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}, \overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とする。また，２つのベクトル $\vec{p}, \vec{q}$ を $\vec{p}=(1,1), \vec{q}=(-1,1)$ により定める。s，t，u，v を実数とする。

以下の問いに答えよ。**問１**については，空欄に入れるのに適する数値または数式を解答箇所に記せ。証明や説明は必要としない。**問２**と**問３**については，答えを導く過程も記すこと。

問１　$\overrightarrow{OC}=\vec{c}=\vec{b}+s\vec{p}$ で与えられる点Ｃを考える。このとき，s を用いて $\vec{c}=(\boxed{\text{タ}}, \boxed{\text{チ}})$ となる。ここで，$\vec{e}=(1,0)$ と $\vec{c}$ との内積が $\vec{e}\cdot\vec{c}=3$ であるとすると，$s=\boxed{\text{ツ}}$ であり，$\triangle OAC$ の面積は $\boxed{\text{テ}}$ となる。さらにこのとき，四角形OACBの面積は $\boxed{\text{ト}}$ となる。

問２　$t>0$ とする。$\overrightarrow{OD}=\vec{b}+t\vec{p}$，$\overrightarrow{OE}=\vec{b}+t\vec{q}$，$\overrightarrow{OF}=\overrightarrow{OD}+2t\vec{q}$ で与えられる点D, E, Fに対し，四角形BDFEの面積が６であるとする。このときの t を求めよ。

問３　点Ｇを $\overrightarrow{OG}=u\vec{p}+v\vec{q}$ により定める。点Ｇが $\triangle OAB$ の周および内部にあるような u, v の範囲を求めよ。

(計算用余白)

第３問（数学，配点 100 点）

円 $C: x^2+y^2=r^2\ (r>0)$ があり，点 $\mathrm{A}(-r,0)$, $\mathrm{B}(r,0)$, P, Q は円 C 上にある。点 P および Q はそれぞれ第 1 象限および第 2 象限にあり，直線 AB と直線 PQ は平行である。$\angle\mathrm{POB}=\theta\ \left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ とする。四角形 ABPQ の面積を S とする。以下の問いに答えよ。**問 1**，**問 2**，**問 3** については，空欄に入れるのに適する数式を解答箇所に記せ。証明や説明は必要としない。**問 4** については，答えを導く過程も記すこと。

問 1　点 P の座標は θ を用いると $\left(\boxed{\quad ナ \quad}, \boxed{\quad ニ \quad}\right)$ である。
また，点 Q の座標は θ を用いると $\left(\boxed{\quad ヌ \quad}, \boxed{\quad ネ \quad}\right)$ である。

問 2　面積 S は $\boxed{\quad ノ \quad}$ である。

問 3　S を θ で微分すると，

$$\frac{dS}{d\theta}=\boxed{\quad ハ \quad}$$

となる。

問 4　面積 S の増減を調べ，極値を求めよ。

(計算用余白)

2023（令和 5）年度　個別学力検査（一般選抜・後期日程）

国際環境工学部　※該当学科に○をつけてください。

（エネルギー循環化学科　・　機械システム工学科

情報システム工学科　・　建築デザイン学科　・　環境生命工学科）

問　題　訂　正

科目名：【 数学 】

訂正内容

第２問　問３　３ページ　問題文

（誤）　点 G が△OAB の周および内部にあるような u, v の範囲を求めよ。

↓

（正）　点 G が△OAB の周および内部にあるときに u, v が満たすべき条件を求めよ。